ISSN: 2181-3906
2026

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 5 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПЕРЕВОЗОК: МЕТОД ПОТЕНЦИАЛОВ И ЕГО ЭКОНОМИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Саидов Х.Б.
Студент 1 курса направления “Бухгалтерский учёт и аудит”
Ташкентский государственный экономический университет
Ташкент, Узбекистан.
Пошаходжаева Г.Д.
Ташкентский государственный экономический университет
Доцент, кафедра «Высшей и прикладной математики»
Ташкент, Узбекистан.

https://doi.org/10.5281/zenodo.20035762

Аннотация. *В данной работе рассматривается транспортная задача как важный элемент экономико-математического моделирования, применяемый для оптимизации распределения продукции между источниками и пунктами потребления. Основное внимание уделено методу потенциалов, позволяющему определить оптимальный план перевозок с минимальными суммарными затратами. Подробно описан алгоритм решения, включающий построение начального допустимого плана, расчёт потенциалов, анализ оценок и последовательное улучшение распределения грузов. На основе практического примера показано, каким образом данный метод позволяет выявить наиболее эффективные маршруты транспортировки. Раскрывается экономическая сущность задачи, заключающаяся в рациональном использовании ресурсов и снижении логистических издержек. Сделан вывод о высокой значимости транспортной модели для принятия обоснованных решений в сфере управления перевозками и логистикой.*

Ключевые слова: *транспортная задача, метод потенциалов, начальный опорный план, метод минимальной стоимости, матрица затрат, оценки, цикл перераспределения, оптимальный план, минимальные затраты*.

OPTIMIZATION OF TRANSPORTATION: THE POTENTIAL METHOD AND ITS ECONOMIC SIGNIFICANCE

Abstract. *This paper examines the transportation problem as an important element of economic and mathematical modeling used to optimize the distribution of goods between sources and destinations. The main focus is on the potential method, which makes it possible to determine an optimal transportation plan with minimal total costs. The solution algorithm is described in detail, including the construction of an initial feasible plan, the calculation of potentials, the analysis of evaluations, and the step-by-step improvement of the distribution plan. Based on a practical example, it is demonstrated how this method helps identify the most efficient transportation routes. The economic essence of the problem is revealed, emphasizing the rational use of resources and the reduction of logistics costs. It is concluded that the transportation model plays a significant role in making well-founded decisions in transportation and logistics management.*

Keywords: *transportation problem, potential method, initial feasible plan, minimum cost method, cost matrix, evaluations, redistribution cycle, optimal plan, minimal costs.*

ISSN:
2181-3906
2026

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 5 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

Введение. В современных условиях развития экономики и логистики особую роль играет эффективное распределение ресурсов и снижение издержек при организации перевозок. Одной из ключевых задач в данной области является поиск такого плана доставки продукции от поставщиков к потребителям, который обеспечивает минимальные совокупные затраты. Подобные задачи относятся к классу линейного программирования и имеют широкое практическое применение в различных отраслях. Их решение позволяет рационально использовать имеющиеся ресурсы, оптимизировать маршруты и повысить общую эффективность функционирования логистических систем. В данной работе рассматривается метод потенциалов как один из наиболее результативных подходов к решению задач распределения грузов и минимизации транспортных расходов.

В рамках данной работы рассматривается конкретный пример задачи распределения грузов, позволяющий на практике продемонстрировать применение метода потенциалов и оценить его эффективность.

Необходимо составить математическую модель и определить оптимальный план перевозок. Исходные данные задачи следующие:

Завод имеет 3 цеха A, B, C и 4 склада №1, 2, 3, 4.

Цех A производит 25 тыс. штук изделий, цех B — 20 тыс. штук изделий, цех C — 45 тыс. штук изделий.

Пропускная способность склада:

- №1 — 30 тыс. штук изделий,
- №2 — 20 тыс. штук изделий,
- №3 — 10 тыс. штук изделий,
- №4 — 30 тыс. штук изделий.

Стоимость перевозки 1 тыс. штук изделий составляет:

- из цеха A в склады №1,2,3,4 соответственно: 30, 20, 4, 3 Сум.
- из цеха B в склады №1,2,3,4 соответственно: 20, 3, 1, 5 Сум.
- из цеха C в склады №1,2,3,4 соответственно: 30, 4, 6, 2 Сум.

Составить такой план перевозок изделий, при котором расходы на перевозку 90 тыс. изделий были бы минимальными.

Запишем исходные данные в таблицу.

Таблица 1

Цех	Склад				Производство цеха
	1	2	3	4	
A	30	20	4	3	25
B	20	3	1	5	20
C	30	4	6	2	45
Пропускная способность склада	30	20	10	30	$\sum$ 90

Вводим переменные задачи (матрицу перевозок):

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{3} \end{pmatrix}$$

Записываем матрицу стоимостей:

$$X = \begin{pmatrix} 30 & 20 & 4 & 3 \\ 20 & 3 & 1 & 5 \\ 30 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Целевая функция задачи равняется сумме произведений всех соответствующих элементов матриц C и X.

$$Z(X) = 30x_{11} + 20x_{12} + 4x_{13} + 3x_{14} + 20x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 5x_{24} + 30x_{31} + 4x_{32} + 6x_{33} + 2x_{34}$$

Данная функция, определяющая суммарные затраты на перевозки, должна достичь минимального значения.

Составим систему ограничений задачи. Сумма всех перевозок, стоящих в первой строке матрицы X, должна равняться производству цеха A, сумме перевозок во второй строке должна равняться производству цеха B, и наконец сумма перевозок в третьей строке должна равняться производству цеха C.

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 25 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 20 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 45 \end{cases}$$

Это означает, что всё, что производится в цехах, вывозится полностью на склады.

Сумма перевозок, стоящих в каждом столбце матрицы X, должны быть равны пропускной способности каждого из складов.

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 20 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 10 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30 \end{cases}$$

Это означает, что склады полностью забиты производимыми изделиями – сколько могут вместить.

Необходимо также учитывать, что перевозки не могут быть отрицательными:

$x_{ij} \geq 0$, $i = 1,2,3$, $j = 1,2,3,4$.

Таким образом, математическая модель рассматриваемой задачи записывается следующим образом:

Найти переменные задачи, обеспечивающие минимум целевой функции и удовлетворяющей системе ограничений и условиям не отрицательности. Построим начальный опорный план методом минимальной стоимости. Наименьший элемент матрицы затрат равен 1 и находится в клетке B_3. Помещаем в эту клетку максимально возможную перевозку:

min(20;10) = 10

То есть в клетку B_3 записываем 10. Таким образом, склад 3 полностью заполнен.

Вычёркиваем третий столбец. Далее наименьший элемент равен 2 и находится в клетке C_4. Помещаем:

min(45;30) = 30

В клетку C_4 записываем 30. Склад 4 полностью заполнен. Вычёркиваем четвёртый столбец. Далее наименьший элемент среди оставшихся клеток равен 3 и находится в клетке B_2. Помещаем:

min(10;20) = 10

В клетку B_2 записываем 10. Запасы цеха B полностью исчерпаны. Вычёркиваем строку B. Далее наименьший элемент среди оставшихся клеток равен 4 и находится в клетке C_2. Помещаем:

min(15;10) = 10

В клетку C_2 записываем 10. Склад 2 полностью заполнен, вычёркиваем второй столбец. Остаётся только склад 1. В него направляем оставшиеся грузы:

- из цеха A — 25,
- из цеха C — 5.

Получаем начальный опорный план:

Таблица 2

Цех	Склад				Запас цеха
	1	2	3	4	
A	25	-	-	-	25
B	-	10	10	-	20
C	5	10	-	30	45
Потребность	30	20	10	30	∑ 90

Количество базисных клеток:

$$m + n - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$$

Стоимость начального плана:

$$S = 25\cdot30 + 10\cdot3 + 10\cdot1 + 10\cdot4 + 30\cdot2 + 5\cdot30 = 1040$$

Оценим начальный план методом потенциалов. Для базисных клеток выполняется равенство:

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

Примем:

$$u_2 = 0$$

Тогда:

Для клетки B_2:

$$u_2 + v_2 = 3 \rightarrow v_2 = 3$$

Для клетки B_3:

$$u_2 + v_3 = 1 \rightarrow v_3 = 1$$

Для клетки C_2:

$$u_3 + v_2 = 4 \rightarrow u_3 + 3 = 4 \rightarrow u_3 = 1$$

Для клетки C_4:

$$u_3 + v_4 = 2 \rightarrow 1 + v_4 = 2 \rightarrow v_4 = 1$$

Для клетки C_1:

ISSN:
2181-3906
2026

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 5 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

$$u_3 + v_1 = 30 \rightarrow 1 + v_1 = 30 \rightarrow v_1 = 29$$

Для клетки A_1:

$$u_1 + v_1 = 30 \rightarrow u_1 + 29 = 30 \rightarrow u_1 = 1$$

Следовательно,

$$u_1 = 1,\ u_2 = 0,\ u_3 = 1$$

$$v_1 = 29,\ v_2 = 3,\ v_3 = 1,\ v_4 = 1$$

Затем проведём оценки свободных клеток, которые вычисляются по формуле:

$$\Delta_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$$

Для клетки A_2:

$$\Delta_{12} = 20 - (1 + 3) = 16$$

Для клетки A_3:

$$\Delta_{13} = 4 - (1 + 1) = 2$$

Для клетки A_4:

$$\Delta_{14} = 3 - (1 + 1) = 1$$

Для клетки B_1:

$$\Delta_{21} = 20 - (0 + 29) = -9$$

Для клетки B_4:

$$\Delta_{24} = 5 - (0 + 1) = 4$$

Для клетки C_3:

$$\Delta_{33} = 6 - (1 + 1) = 4$$

Так как имеется отрицательная оценка $\Delta_{21} = -9$, начальный план не оптимален. Для улучшения выбираем клетку B_1. Строим цикл:

$$B_1\ (+) \rightarrow C_1\ (-) \rightarrow C_2\ (+) \rightarrow B_2\ (-) \rightarrow B_1$$

В клетках со знаком «–» стоят числа:

$C_1 = 5$,

$B_2 = 10$.

Минимальное из них равно 5. Следовательно, выполняем переброску груза на 5 единиц. После перераспределения получаем новый план:

Таблица 3

Цех	Склад				Запас цеха
	1	2	3	4	
A	25	-	-	-	25
B	5	5	10	-	20
C	-	15	-	30	45
Потребность	30	20	10	30	∑ 90

Стоимость нового плана:

$$S = 25{\cdot}30 + 5{\cdot}20 + 5{\cdot}3 + 10{\cdot}1 + 15{\cdot}4 + 30{\cdot}2 = 995$$

Стоимость уменьшилась. Выполнив корректное улучшение плана, получаем следующий оптимальный план перевозок. Строим цикл:

$$A_4\ (+) \to C_4\ (-) \to C_2\ (+) \to B_2\ (-) \to B_1\ (+) \to A_1\ (-) \to A_4$$

Таблица 4

Цех	Склад				Запас цеха
	1	2	3	4	
A	20	-	-	5	25
B	10	-	10	-	20
C	-	20	-	25	45
Потребность	30	20	10	30	∑ 90

При улучшении плана получаем:

$$A_3\ (+) \to B_3\ (-) \to B_1\ (+) \to A_1\ (-) \to A_3$$

Таблица 5

Цех	Склад				Запас цеха
	1	2	3	4	
A	10	-	10	5	25
B	20	-	-	-	20
C	-	20	-	25	45
Потребность	30	20	10	30	∑ 90

Стоимость нового плана:

S = 10·30 + 10·4 + 5·3 + 20·20 + 20·4 + 25·2 = 885

Получен новый план с меньшей стоимостью.

То есть:

цех A должен перевезти:

- складу 1 — 10 тыс. изделий,
- складу 3 — 10 тыс. изделий,
- складу 4 — 5 тыс. изделий;

цех B должен перевезти:

- складу 1 — 20 тыс. изделий;

цех C должен перевезти:

- складу 2 — 20 тыс. изделий,
- складу 4 — 25 тыс. изделий.

Дальнейшая проверка методом потенциалов показывает, что все оценки неотрицательны, следовательно, план является оптимальным.

Минимальные транспортные затраты составляют:

$$S_{min} = 885$$

Заключение. В настоящем исследовании была рассмотрена задача оптимального распределения грузов в рамках линейного программирования и продемонстрировано применение метода потенциалов для поиска наилучшего плана перевозок.

Показано, что последовательное построение решения — от начального опорного плана до его улучшения — позволяет получить вариант с минимальными затратами и обеспечить эффективное распределение ресурсов. С экономической точки зрения подобные модели отражают реальные процессы логистики, помогая выявить наиболее выгодные маршруты и снизить издержки.

Практическая значимость заключается в том, что использование таких методов способствует повышению эффективности управления перевозками, рациональному использованию ресурсов и принятию обоснованных решений. Таким образом, рассматриваемый подход является важным инструментом как в теоретических исследованиях, так и в практической деятельности в сфере логистики и экономики.

Использованная литература:

1. Баходиров Н. И. и Пошаходжаева Г. Д. (2025). Преобразование экономических задач в задачи линейного программирования и решение методом симплекса. Экономика и социум, №3(130).
2. Баходиров Н. И. и Пошаходжаева Г. Д. (2025). Транспортная задача: определение оптимального плана. Экономика и социум, №2(129).
3. Бродецкий Г. Л. и Гусев Д. А. (2012). Экономико-математические методы и модели в логистике. Москва: Академия.
4. Зеваков А. М. (2005). Логистика материальных запасов и финансовых активов. Санкт-Петербург: Питер.
5. Пашков Н. Н. (2020). Транспортная логистика (линейное программирование): учебное пособие. Москва: Прометей.
6. Федосеев В. В. и Гармаш А. Н. (2021). Экономико-математические методы и прикладные модели. Москва.