ISSN: 2181-3906 2026

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 5 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

МИНИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ИЗДЕРЖЕК: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЁ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Саидова Ф.Б.

Студентка 1 курса направления “Бухгалтерский учёт и аудит”

Ташкентский государственный экономический университет

Ташкент, Узбекистан.

Пошаходжаева Г.Д.

Ташкентский государственный экономический университет

Доцент, кафедра «Высшей и прикладной математики»

Ташкент, Узбекистан.

https://doi.org/10.5281/zenodo.20035691

Аннотация. *В статье рассматривается задача минимизации транспортных издержек, являющаяся одной из ключевых задач оптимизационного типа в экономике и логистике. Особое внимание уделяется построению экономико-математической модели транспортной задачи и поиску оптимального плана перевозок с использованием классических методов решения. Показано, что рациональное распределение потоков грузов между поставщиками и потребителями позволяет существенно снизить совокупные затраты на транспортировку. Основной акцент статьи сделан на раскрытии экономического смысла оптимального решения, а также его практической значимости в условиях современной логистики и управления ресурсами.*

Ключевые слова: *транспортная задача, оптимизация издержек, оптимальный план, метод потенциалов, логистическая эффективность, распределение ресурсов, экономико-математическая модель.*

MINIMIZATION OF TRANSPORTATION COSTS: A MATHEMATICAL MODEL AND ITS ECONOMIC INTERPRETATION

Abstract. *The article examines the problem of minimizing transportation costs, which is one of the key optimization problems in economics and logistics. Special attention is given to the construction of an economic-mathematical model of the transportation problem and to finding an optimal transportation plan using classical solution methods. It is shown that the rational allocation of cargo flows between suppliers and consumers can significantly reduce total transportation costs. The main focus of the article is on revealing the economic meaning of the optimal solution, as well as its practical significance in the context of modern logistics and resource management.*

Keywords: *transportation problem, cost optimization, optimal plan, potential method, logistics efficiency, resource allocation, economic-mathematical model.*

Введение. Одной из ключевых задач прикладной оптимизации в экономике и логистике является задача рационального распределения грузопотоков между источниками и пунктами потребления с учётом ограничений по ресурсам и спросу. Её решение направлено на выбор такой схемы перевозок, при которой достигается наименьший уровень совокупных транспортных затрат. Формализация данной задачи осуществляется в виде экономико-математической модели, учитывающей объемы поставок, потребности и

ISSN: 2181-3906 2026

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 5 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

тарифы перевозок. Применение классических методов оптимизации позволяет не только построить эффективный план доставки, но и подтвердить его наилучший характер с позиции минимизации издержек, что делает данный подход востребованным инструментом в управлении логистическими процессами.

В таблице приведены исходные данные транспортной задачи: заданы удельные транспортные расходы на перевозку единицы груза, слева указаны возможности поставщиков, а сверху – спрос потребителей. Сформулируйте экономико-математическую модель транспортной задачи, распределительным методом найдите оптимальный план перевозок.

Таблица 1

Поставщики	Возможности поставщиков	Потребители и их спрос				
		I	II	III	IV	V
		200	300	200	100	100
I	450	2	4	3	1	5
II	350	3	4	2	4	5
III	100	3	7	2	4	5

Составим математическую модель транспортной задачи и проверим задачу на замкнутость.

Введем обозначения:

x_{ij}– количество поставщиков, перевозимых из *i*-го пункта к *j*-му потребителю

(i = 1:m, j = 1:n, в нашей задаче m = 3, n = 5);

a_i – возможности поставщиков (a_1 = 450, a_2 = 350, a_3 = 100);

b_j– спрос потребителей (b_1 = 200, b_2 = 300, b_3 = 200, b_4 = 100, b_5 = 100);

c_{ij} – стоимости перевозок из пункта *i* в пункт *j*.

Целевая функция:

$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$

В нашей задаче:

$L = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} c_{ij}x_{ij} \to \min.$

Проверим условие того, что данная модель задачи закрытая:

200 + 300 + 200 + 100 + 100 = 900

450 + 350 + 100 = 900

Строим начальный опорный план перевозок методом минимальной стоимости.

Начинаем с клетки (1,4) – стоимость наименьшая, ставим перевозку x_{14} = 100 максимально из возможных. Потребителю b_4 в клетку (1,4) также ставим максимальную перевозку из возможных x_{14} = 100 единиц груза.

После этого у поставщика a_1 остается 350 единиц груза. Минимальная стоимость равна 2, выбираем клетку (1,1), ставим перевозку x_{11} = 200 единиц груза, полностью удовлетворяя спрос потребителя b_1. После этого у поставщика a_1 остается 150 единиц груза.

Далее выбираем клетку (2,3) со стоимостью 2 и ставим перевозку x_{23}= 200 единиц груза, полностью удовлетворяя спрос потребителя b_3 . После этого у поставщика a_2 остается 150 единиц груза.

Теперь потребитель b_2 нуждается в 300 единицах груза, из них 150 единиц удовлетворим за счет поставщика a_1, ставим в клетку (1,2) перевозку x_{12} = 150 единиц груза. После этого запасы поставщика a_1 полностью исчерпаны, а потребителю b_2 остается получить еще 150 единиц груза.

Удовлетворим оставшийся спрос потребителя b_2 за счет поставщика a_2, ставим в клетку (2,2) перевозку x_{22} = 150 единиц груза. После этого запасы поставщика a_2 также полностью исчерпаны.

Остается поставщик a_3 с запасом 100 единиц груза и потребитель b_5 со спросом 100 единиц груза. Ставим в клетку (3,5) перевозку x_{35}= 100 единиц груза.

Итак, все запасы поставщиков распределены, все потребители удовлетворены. В результате заполним таблицу 2.

Количество базисных клеток.

$m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$

В полученном плане занято 6 клеток, следовательно, план вырожден. Для устранения вырожденности введем нулевую перевозку в клетку (2,5).

Таблица 2

Поставщики	I (200)	II (300)	III (200)	IV (100)	V (100)
I (450)	200	150	-	100	-
II (350)	-	150	200	-	-
III (100)	-	-	-	-	100

Найдем стоимость перевозок на X_1 плане перевозок из таблицы 2:

Z_1 = 200*2 + 150*4 + 100*1 + 150*4 + 200*2 100*5 = 2600 ден. ед.

Подсчет потенциалов осуществим по условию:

$U_i + V_j = c_{ij}$.

Общий принцип потенциалов: находят базисную клетку, для которой один из потенциалов известен, и подбирают второй так, чтобы в сумме они давали тариф перевозки. Задаем один из потенциалов равным нулю, например $U_2 = 0$

Для базисных клеток получаем:

(2,2) $U_2 + V_2 = 4$

(2,3) $U_2 + V_3 = 2$

(2,5) $U_2 + V_5 = 5$

(3,5) $U_3 + V_5 = 5$

(1,2) $U_1 + V_2 = 4$

(1,1) $U_1 + V_1 = 2$

(1,4) $U_1 + V_4 = 1$

Отсюда получаем:

$U_2 = 0,\ V_2 = 4,\ V_3 = 2,\ V_5 = 5$

$U_3 = 0,\ U_1 = 0,\ V_1 = 2,\ V_4 = 1$

Следовательно:

$U_1 = 0,\ U_2 = 0,\ U_3 = 0;$

$V_1 = 2,\ V_2 = 4,\ V_3 = 2,\ V_4 = 1,\ V_5 = 5.$

Проверим условие оптимальности в свободных клетках по условию

$U_i + V_j \le c_{ij}.$

(1,3) $U_1 + V_3 \le c_{13} \rightarrow 0 + 2 \le 3$

(1,5) $U_1 + V_5 \le c_{15} \rightarrow 0 + 5 \le 5$

(2,1) $U_2 + V_1 \le c_{21} \rightarrow 0 + 2 \le 3$

(2,4) $U_2 + V_4 \le c_{24} \rightarrow 0 + 1 \le 4$

(3,1) $U_3 + V_1 \le c_{31} \rightarrow 0 + 2 \le 3$

(3,2) $U_3 + V_2 \le c_{32} \rightarrow 0 + 4 \le 7$

(3,3) $U_3 + V_3 \le c_{33} \rightarrow 0 + 2 \le 2$

(3,4) $U_3 + V_4 \le c_{34} \rightarrow 0 + 1 \le 4$

Во всех свободных клетках условие оптимальности выполняется. Следовательно, полученный план является оптимальным.

Таким образом получили оптимальный план перевозок.

$$\begin{pmatrix} 200 & 150 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 150 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$$

Найдем стоимость перевозок на полученном плане, умножая объёмы перевозок на соответствующие тарифы и суммируя результаты:

Z=200·2+150·4+100·1+150·4+200·2+100·5 = 2600

При этом стоимость минимальна и составляет 2600 денежных единиц.

Заключение. В рамках данной статьи была исследована транспортная задача как важный инструмент линейного программирования, направленный на минимизацию совокупных затрат при распределении грузопотоков.

Показано, что построение экономико-математической модели и применение методов оптимизации, в частности метода минимальной стоимости и метода потенциалов, позволяют получить обоснованный и экономически эффективный план перевозок.

С практической точки зрения оптимальное решение отражает наиболее рациональное использование ресурсов и выбор наименее затратных маршрутов, что напрямую влияет на снижение издержек в логистических системах.

Вместе с тем следует учитывать, что в ряде случаев возможны альтернативные оптимальные решения, а также влияние внешних факторов, не учитываемых в базовой модели, таких как риски, ограничения инфраструктуры и изменения тарифов.

Несмотря на это, транспортная задача сохраняет свою значимость как универсальный инструмент анализа и принятия управленческих решений в сфере логистики и экономики, обеспечивая баланс между теоретической строгостью и практической применимостью.

Использованная литература:

1. Баходиров Н.И. и Пошаходжаева Г.Д. (2025) Преобразование экономических задач в задачи линейного программирования и решение методом симплекса. Экономика и социум, №3(130).
2. Баходиров Н.И. и Пошаходжаева Г.Д. (2025) Транспортная задача: определение оптимального плана. Экономика и социум, №2(129).
3. Болотникова О.В., Тарасов Д.В. и Тарасов Р.В. (2019) Линейное программирование: транспортные и сетевые модели: учебное пособие. Пенза: ПГУ.
4. Карманов В.Г. (2004) Математическое программирование: учебное пособие. 5-е изд., стер. Москва: ФИЗМАТЛИТ.
5. Литвин Д.Б., Мелешко С.В. и Мамаев И.И. (2017) Линейное программирование. Транспортная задача: учебное пособие. Ставрополь: СтГАУ.
6. МатБюро. Решение транспортных задач и задач линейного программирования. http://www.matburo.ru