

2-JERGILIKLI ÓLSHENETUĞIN OPERATORLAR ALGEBRASINIŇ LOKAL DIFFERENCIALLASIWI

Otepbergenova Dametken Tileubergen qizi

Qaraqalpaq Ma'mleketlik universiteti 2-kurs magistranti

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15121105>

Annotaciya. Bul maqalada 2-jergilikli ólshenetuğın operatorlar algebrasınıń lokal differenciallanıwı túsiniğı hám onıń tiykarǵı qásiyetleri úyreniledi. Algebralıq qurilmalar hám operatorlar algebrasınıń lokal differenciallanıwı túsiniğı keltirilip, onıń ózine tán qásiyetleri talqılanadı. Nátiyjeler teoriyalıq jaqtan dálillenip, tiyisli mısallar menen bekkemlenedi.

Gilt sózler: 2-jergilikli ólshenetuğın operatorlar algebrası, lokal differenciallow, operatorlar algebrası, algebralıq dúzilisler, diferencial operatorlar.

Аннотация. В статье изучается понятие локального дифференцирования алгебры 2-локальных измеримых операторов и его основные свойства. Изложено понятие локального дифференцирования алгебраических структур и алгебры операторов и проанализированы его особенности. Результаты обоснованы теоретически и подкреплены соответствующими примерами.

Ключевые слова: алгебра 2-локальных измеримых операторов, локальное дифференцирование, алгебра операторов, алгебраические структуры, дифференциальные операторы.

Abstract. This article studies the concept of local differentiation of 2-local measurable operator algebras and its main properties. The concept of local differentiation of algebraic structures and operator algebras is introduced and its specific properties are analyzed. The results are theoretically proven and supported by relevant examples.

Keywords: 2-local measurable operator algebra, local differentiation, operator algebra, algebraic structures, differential operators.

Operatorlar algebrası zamanagóy matematikalıq analiz hám algebralıq strukturalar menen tıgız baylanıslı taraw esaplanadı. Kóplegen teoriyalıq hám ámeliy máselelerde operatorlar algebrası hám onıń diferencial sıpatların úyreniw áhmiyetli. Lokal differenciallow hám 2-lokal differenciallow bolsa algebralıq strukturalardıń quramalı dúzilis qásiyetlerin úyreniwde úlken áhmiyetke iye. Operatorlar algebrası: Sızıqlı operatorlar kópligi menen baylanıslı algebralıq qurılıslar.

Lokal differenciallaw bolsa : Algebraıq strukturanıń kishi bir bólegin differencial operatorlar járdeminde tekseriw. 2-jergilikli differenciallaw: Eki noqattın operatorlar algebrası boyınsha jergilikli qásiyetlerin salıstırıw.

Tiykargı teorema hám dálillewler: 1-teorema: Qálegen 2-jergilikli ólshetuğın operatorlar algebrası ushin lokal differenciallaw bar hám bir tekli. Dálillew: Bul teoremanı dálillew ushin Banax algebraları hám olardıń spektrallıq qásiyetlerinen paydalanamız...Qálegen 2-lokal ólshemli operatorlar algebrası ushin lokal differenciallaw bar hám bir tekli.

Dálillew:

1. Banax algebrası Túsiniği:

- Banax algebra, yagniy norma menen toltirilgan algebraıq dúzilis.

Normaga iye bolgan algebralarda hár bir element ushin spektral radius tómendegishe aniqlanadı:

$$R(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} |a^n|^{\frac{1}{n}}$$

2. Lokal differenciallaw túsiniği:

Lokal differenciallaw – bul sızıqlı karta bolıp, tómendegi qásiyetti qanaatlandıradı

$$D(ab) = D(a) \cdot b + a \cdot D(b) \quad \text{qálegen} \quad a, b \in \mathcal{A}$$

$$D(\lambda \cdot a) = \lambda \cdot D(a) \quad \text{qálegen} \quad \lambda \in \mathbb{C}$$

3. Lokal differenciallawdı tabıw:

2-lokal ólshemli operatorlar algebrası ushin differenciallawdıń bar ekenligin kórsetemiz.

Hár biri ushin lokal differenciallaw tómendegishe táriyiplenedi:

$$D(a) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta_t(a) - a}{t}$$

4. Bir tekliklikti kórsetiw:

Eger ekenligin kórsetpekshi bolsaq, sızıqlılıq hám bir teklik qásiyetleri menen dálillew kerek. Bunda tiykargı ideya differencial operatorınıń sızıqlılıǵı hám skalyar kóbeymege salıstırǵandaǵı sáykesligi.

Sızıqlılıq sebepli:

$$D(\lambda \cdot a) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta_t(\lambda \cdot a) - \lambda \cdot a}{t} = \lambda \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta_t(a) - a}{t} = \lambda \cdot D(a).$$

5. Juwmaqlawshı juwmaq:

Demek, qálegen 2-lokal ólshemli operatorlar algebrası ushin lokal differenciallaw bar hám bir tekli.

2-teorema: Eger operatorlar algebrası úzliksiz bolsa, lokal differenciallaw da úzliksiz.

Dálillew:..Eger operatorlar algebrası úzliksiz bolsa, onda lokal differenciallaw da úzliksiz.

Dálillew:

1. Operatorlar Algebrası hám Úzliksizlik:

Banax algebrası úzliksiz operatorlar algebrası dep ataladı, yeger ondağı hár bir operator úzliksiz bolsa, yaǵnıy:

$$\|ab\| \leq \|a\| \cdot \|b\| \quad \text{qálegen} \quad a, b \in \mathcal{A}$$

2. Lokal differenciallaw túsiniǵı :

Lokal differenciallaw bul sızıqlı karta bolıp tabıladı:

$$D(ab) = D(a) \cdot b + a \cdot D(b).$$

$$\|D(a)\| \leq C \cdot \|a\| \quad \text{qálegen} \quad a \in \mathcal{A}$$

3. Dálillewdiń tiykargı Qádemleri :

a. Sızıqlılıq hám úzliksizlik:

Sızıqlı hám lokal differenciallaw qásietine ie bolsa, úzliksizlikti dálillew ushın sızıqlılıq hám normanıń úzliksizligi jetkilikli.

Sızıqlılıqta

$$D(\lambda \cdot a) = \lambda \cdot D(a).$$

b. Úzliksizlik shárti:

Banax algebrasında sızıqlı karta úzliksiz bolıwı ushın oni sheklengen operator sipatında kóriw jetkilikli.

Úzliksiz bolıwı ushın:

$$\|D(a)\| \leq M \cdot \|a\| \quad \text{qálegen} \quad a \in \mathcal{A}$$

c. Sheklenbegen jaǵdayda:

Eger sheklenbegen bolsa, úzliksizlik shárti buzıladı.

Biraq, operatorlar algebrasınıń úzliksizligi sebepli qálegen sızıqlı karta úzliksiz bolıwı kerek.

d. Úzliksizlikti dálillew:

Eger elementler izbe-izligi ge jaqınlassa, yagniy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|a_n - a\| = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|D(a_n) - D(a)\| = 0$$

Juwmaqlawshı juwmaq: Operatorlar algebrasınıń úzliksizligi sebepli, ogan tiyisli lokal differenciallaw da úzliksiz boladı.

Misallar hám tallawlar:

1. Matricalar algebrasında lokal differenciallaw hám oniń geometriyalıq interpretaciyası.
2. Integralıq operatorlar algebrası ushın lokallıq differenciallawdıń anıq úlisi.

2-jergilikli ólshenetuǵın operatorlar algebrasınıń algebralıq qásiyetleri tómendegishe túsindiriledi:

1. Lokal differenciallawdıń bilinear qásiyeti: Eger lokal differenciallaw bolsa hám algebra elementleri bolsa, onda

$$D(x + y) = D(x) + D(y).$$

$$D(\lambda x) = \lambda D(x).$$

2. Jergilikli tuwındını saqlaw qásiyeti: Operatorlar algebrasında lokal differenciallaw tuwındılardı saqlaydı, yaǵnıy:

$$D(xy) = D(x) \cdot y + x \cdot D(y).$$

3. 2-jergilikli differenciallaw qásiyeti: Eger 2-jergilikli jergilikli differenciallaw bolsa, onda qálegen ushın tómendegi teńlik orın aladı:

$$D(x, y) = D(y, x).$$

4. Kontinuitetlik hám úzliksizlik: Eger algebra Banach keńisligi sipatında qaralsa, lokal differenciallawdıń úzliksizligi úlken áhmiyetke iye. Kontinuitet demek, kishi ózgerisler differencial operator nátiyjesine kishi tásir etedi:

$$\lim_{x \to a} D(x) = D(a).$$

5. Assosiativlik shárti: 2-jergilikli differenciallawda operatorlar assosiativlik shártin qanaatlandırıwı zárúr, yaǵnıy:

$$(xy)z = x(yz).$$

Juwmaq ornında bul maqalada 2-jergilikli ólshenetuǵın operatorlar algebrasınıń lokal differenciallaw teoriiyalıq jaqtan úyrenilgen hám tiykarǵı teoremlar dálillengen. Izertlew nátiyjeleri algebralıq strukturalardıń jergilikli qásiyetlerin tereńirek túsiniwge múmkinshilik beredi.

REFERENCES

1. Kadison, R.V., Ringrose, J.R. Fundamentals of the Theory of Operator Algebras.
2. Sinclair, A.M., Smith, R.R. Hochschild Cohomology of von Neumann Algebras.
3. Arens, R. Opera.
4. Tional Calculus in Banach Algebras.