

К ВОПРОСУ О НЕОБХОДИМОСТИ ПОВТОРЕНИЯ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Б.А.Абдикамалов

Г.З.Бабахова

А.Калилаев

Д.Наурызбаева

<https://doi.org/10.5281/zenodo.10793652>

Аннотация. Изложены результаты экспериментов, проведенных с целью выявления целесообразности изложения основ специальной теории относительности и способов вывода уравнений Клейна-Гордона и Дирака.

Показано, что следует обратить внимание на основные принципы теории. В этой связи используются четырехмерные мировые векторы, 4-импульс, 4-потенциал и др. в пространстве-времени Минковского. Для процесса вывода уравнений Клейна-Гордона и Дирака не рекомендуется использовать различные упрощения, не требующие такие важные выражения, как матрицы Дирака или соотношение между энергией и импульсом частицы. Предлагается использовать релятивистские уравнения "типа Шрёдингера" при решении конкретных задач и при выполнении домашних заданий. Показано, что при применении предложенной методики добивалось заметное повышение успеваемости студентов и их интерес к изучаемому учебному материалу.

Ключевые слова: релятивистская квантовая механика, методика преподавания, уравнения типа Шрёдингера, эффективность учебного процесса, педагогический эксперимент.

ON THE QUESTION OF THE NECESSITY TO REPEAT THE BASIC PROVISIONS OF THE SPECIAL THEORY OF RELATIVITY WHEN CONDUCTING TRAINING LESSONS IN RELATIVISTIC QUANTUM MECHANICS

Abstract. The results of experiments carried out to find out the appropriateness of presenting the basics of the special theory of relativity and ways of deriving the Klein-Gordon and Dirac equations are outlined. It is shown that attention should be paid to the basic principles of the theory. In this regard, four-dimensional world vectors, 4-momentum, 4-potential, etc. in Minkowski space-time are used. For the process of derivation of the Klein-Gordon and Dirac equations, it is not recommended to use various simplifications that do not require such important expressions as Dirac matrices or the relation between energy and momentum of a particle. It is suggested that relativistic "Schrödinger-type" equations be used in solving specific problems and in homework assignments. It is shown that the application of the proposed methodology resulted in a noticeable increase in students' academic performance and their interest in the studied educational material.

Keywords: relativistic quantum mechanics, teaching methodology, Schrödinger type equations, efficiency of teaching process, pedagogical experiment.

Введение. Специальная теория относительности (СТО) и квантовая механика возникли примерно одновременно независимо друг от друга. Первые уравнения квантовой

механики, такие как уравнение Шрёдингера, были нерелятивистскими. Несмотря на то, что, эти уравнения удовлетворительно описывали известные в то время многие физические явления, некоторые даже очень ключевые вопросы, как тонкая структура спектра атомов водорода, оказались не объясненными. Уравнение Шрёдингера является инвариантным относительно преобразований Галилея и не является инвариантным относительно преобразований Лоренца. Однако, с учётом специальной теории относительности было разработано так называемое "уравнение Шрёдингера в форме Клейна-Гордона", которое и описывает частицы с учетом специальной теории относительности. Уравнение Клейна-Гордона более точно согласуется с принципами относительности и включает в себя эффекты, связанные с относительной скоростью частицы и нерелятивистской природой уравнения Шрёдингера. В этой связи изучение релятивистской квантовой механики, как правило, начинается с изучения способов вывода уравнения Клейна-Гордона и физических следствий его решения. При этом, из-за постоянного существования недостаточности бюджета времени всегда существует вопрос о напоминании или повторного изложения основ теории относительности при переходе к изучению релятивистской квантовой механики. Действительно, большинство современных учебников или учебных пособий основаны на использовании уравнений Шрёдингера и Паули. В то же время релятивистская квантовая механика выдвигает на первое место использование уравнений Клейна-Гордона и Дирака, требующих более продвинутой математической подготовки [1-2].

Известно, что объем повторения СТО может быть изменен в зависимости от особенности студенческой аудитории, в первую очередь от уровня подготовки студентов.

Студенты, которые уже имеют хорошее понимание СТО, могут не нуждаться в полном повторении. Однако, даже и в этом случае следует рекомендовать повторение основных принципов теории относительности для укрепления понимания студентов.

Естественно, релятивистская квантовая механика строится на базе СТО и, поэтому, без понимания основных требований теории относительности невозможно понять самые основные понятия и концепции любой релятивистской теории. В то же время, включение повторения специальной теории относительности в программу обучения зависит от уровня и целей аудитории, а также от содержания изучаемого курса. Здесь особое важное место занимают интересы студентов, которые, во многих случаях оказываются зависящими от их будущей трудовой деятельности или других объективных факторов. Поэтому, конкретные цели и содержание курса, уровень знаний студентов, предоставленный для курса бюджет времени могут быть определяющими при принятии конкретных педагогических решений.

В то же время следует учесть концепцию "современной молодёжи", которая подразумевает особенности современных студентов и их подход к образованию. Однако, по-видимому, эта концепция не требует особого педагогического обращения [3].

Современные студенты выросли в информационной среде, где доступ к знаниям и информации легче благодаря интернету и новым технологиям. Это может повлиять на их подход к учебе и степень мотивации. В свете этого, преподаватели могут применять некоторые современные методики обучения, чтобы сделать обучение более привлекательным и эффективным для современной молодёжи (интерактивные методики, использование новых технологий, таких как веб-платформы, видеолекции, интерактивные

учебные приложения и т.д., акцент на практических навыках, формативная оценка, поддержка и внимание к потребностям студентов и др.). При этом важно помнить, что каждый студент уникален, и, хотя существует общий контекст "современной молодёжи", эффективный подход к обучению должен различаться в зависимости от конкретной аудитории и целей обучения.

Отметим, что проблемы понимания студентами и обзор трудностей студентов при изучении квантовой механики были подробно исследованы на кафедре физики Питтсбургского университета в работах С. Singh и её соавторов [4-7]. Результаты их работ использовались при проведении наших исследований.

Постановка задачи. Опыт преподавания любого конкретного предмета показывает, что существуют местные, региональные, национальные и др. особенности преподавания квантовой механики в университетах. Эти особенности в первую очередь связаны с уровнем подготовки студентов, с используемыми учебниками и методическими материалами, а также с культурными и языковыми особенностями. Например, известно, что в США и Великобритании студенты, которые изучают квантовую механику, уже имеют хорошее понимание математики и физики. В этих странах преподавание квантовой механики может быть более продвинутым, чем в странах, где студенты имеют более низкий уровень подготовки. Во многих странах существуют учебники и методические материалы, которые были специально разработаны для своих студентов. Как правило, при создании таких материалов учитываются национальные, культурные и языковые особенности студентов. Возникшая ситуация требует в первую очередь учет уровня подготовки студентов особенно в области математики и общей физики. Так, во всех республиках Центральной Азии существует ограниченное количество учебников и методических материалов, которые в основном переведены с русского и английского языков, что может затруднить понимание материала студентами. Существуют также и научные основания особенностей преподавания любого учебного предмета. Широко известно, что студенты с более высоким уровнем математической и общеобразовательной подготовки лучше понимают квантовую механику. Исследования также показали, что использование учебников и методических материалов, которые учитывают культурные и языковые особенности студентов, может улучшить их понимание материала.

На основе вышеприведенных рассуждений целью проведенного исследования было выявление в основном двух вопросов, относящихся, во-первых, изложению основ СТО при переходе к изучению релятивистской квантовой механики для студентов университетов, во-вторых, определение объема и глубину изложения основ теории относительности.

Естественно, при этом мы можем использовать опыт ведущих университетов мира (например, Калифорнийского университета в Беркли [8]), учебные материалы известных теоретиков мира (см, например, [9-11], либо более широко распространенные учебные пособия или другие виды литературы [12-14]. Однако, как было отмечено выше, учет региональных и др. особенностей конкретного учебного заведения, а также уровень подготовки студентов по математике требует особого подхода к определению содержания и объема любого учебного материала.

На основе опыта, накопленного в течение около двадцати лет, мы пришли к выводу, что перед изложением вопросов релятивистской квантовой механики следует напомнить студентам о следующих положениях СТО:

- Основные принципы: принцип относительности, преобразования Лоренца, релятивистская связь между энергией и импульсом, относительность пространства и времени и следствия, вытекающие из неё.

- СТО и квантовая механика: возможность рассмотрения атома водорода в качестве нерелятивистской системы, её ограниченность и несоответствие результатов решения уравнения Шрёдингера с результатами экспериментов, сведения из физики высоких энергий и необходимость при этом учета требований СТО.

Для освещения поставленных вопросов рекомендуется использование следующих обозначений в четырехмерном пространстве-времени Минковского: мировой вектор $x = \{x, y, z, ict\}$, 4-импульс $p = \{p_x, p_y, p_z, iE/c\}$, 4-потенциал $A = \{A_x, A_y, A_z, iA_0\}$, 4-градиент $\nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}, \frac{\partial}{i\partial(ct)} \right\}$ и др. При этом следует ввести ковариантные и контравариантные метрические тензора, которые для метрики Лоренца пишется как $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$. Освещение этих основных положений привело к выводу как уравнения Клейна-Гордона, так и уравнения Дирака. При этом обращалось основное внимание на выражение $E = \pm\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}$, на основе которого объясняется спектр энергии свободной частицы при помощи уравнения Клейна-Гордона и излагается вопрос о существовании античастиц. Как показали эксперименты, вышеприведенные положения СТО оказались вполне достаточными для дальнейшего изучения релятивистской квантовой механики и при этом проявилась важность адаптации использованного конкретного метода обучения к курсу и аудитории.

В качестве эксперимента, при выводе уравнений Клейна-Гордона и Дирака была использована методика, аналогичная [15]. В этой работе доктор Luis Grave de Peralta из Техасского технологического университета США представляет набор очень интересных уравнений, выражающие отдельные принципы релятивистской квантовой механики в гораздо более простых терминах. Работа основана на использовании малоизвестного, но хорошо изученного волнового уравнения квантовой механики типа Шрёдингера. Такое формальное подобие позволяет студентам бакалавриата количественно исследовать, как изменяются результаты, соответствующие типичной нерелятивистской квантовой задаче, когда частица движется с релятивистскими скоростями. Такие уравнения, которые пишутся в вышеупомянутой работе как

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi + V\psi,$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_P = -\frac{\left[\hat{p} - \frac{e}{c} A \right]^2}{2\mu} \psi_P - \frac{\hbar e}{\mu t} H_{ext} \sigma_z \psi_P,$$

являются уравнениями типа Шрёдингера и Паули, соответственно. Однако, они имеют решения только с положительным значением кинетической энергии и описывают процессы, в которых число частиц сохраняется. Следовательно, при обучении

релятивистской квантовой механике с использованием вышеприведенных уравнений преподаватель должен убедиться, что студенты осведомлены об этих различиях и соответствующих последствиях и, поэтому, необходимо избавиться от различных приемов упрощений математических выражений, приводящих к непрямым физическим следствиям.

Отметим, при выводе уравнения Дирака каждый сталкивается с необходимостью линеаризации искомым уравнений из-за требования принципа суперпозиции, который является главной математической основой квантовой механики. В результате этого с неизбежностью появляются матрицы Дирака. Поэтому, как показали результаты проведенных исследований, от некоторых способов упрощения уравнений релятивистской квантовой механики, следует отказаться.

Таким образом, при проведении учебных занятий по релятивистской части квантовой механики было принято решение вывода уравнений на основе релятивистского соотношения между энергией и импульсом путем применения соответствующих операторов путем линеаризации полученных выражений. Аналогичные подходы использовались авторами [14, 16].

Определение результатов проведенных педагогических экспериментов. Для оценки эффективности педагогических экспериментов были использованы следующие известные способы:

Объективные критерии оценки знаний (использование стандартизированных тестов, контрольных работ и экзаменов).

Анкетирование и опросы. При этом главное внимание было уделено на сбор мнений студентов о качестве преподавания, уровне сложности материала и удовлетворенности курсом.

Мониторинг академических показателей и сравнительные исследования, которые позволили определять эффективность использованной методики преподавания.

Оценка уровня участия и вовлеченности студентов, креативности и критического мышления при проведении дискуссии по конкретной части или явлениям релятивистской квантовой механики.

Для того чтобы оформить и использовать полученные результаты использовались статистический анализ данных для определения значимых различий между группами студентов или методами обучения, а также качественный анализ мнений и обратной связи от студентов.

Выводы и полученные результаты. Полученные результаты позволяют сформулировать следующие выводы:

1. Перед началом изучения уравнений релятивистской механики следует повторить СТО в объеме, приведенном в данной статье.

2. Вывод уравнений релятивистской квантовой механики (уравнения Клейна-Гордона и Дирака) без использования упрощений является более эффективным способом изучения релятивистской квантовой механики. Этот подход дает студентам правильные и прочные знания, которые необходимы для понимания сущности релятивистской квантовой механики и для подготовки к более продвинутым исследованиям в этой области.

3. Упрощенные уравнения типа Шрёдингера также можно использовать при проведении практических занятий по решению задач, а также их можно использовать в качестве домашнего задания.

Рекомендованная методика преподавания релятивистской квантовой механики была реализована в рамках университетского курса и результаты анализа успеваемости студентов показали значительное улучшение их академических показателей по сравнению с группой студентов, обучавшихся по другим методам. Качественные данные, собранные в рамках анкетирования и обратной связи от студентов, подтверждают положительное восприятие методики преподавания, а также увеличение интереса и уровня удовлетворенности учебным процессом. Отметим, что новая методика позволила студентам глубже понять и применить релятивистские концепции, а также развить критическое мышление и аналитические навыки. Эффективность предлагаемой методики подтвердилась также накопленными статистическими данными.

На основе полученных результатов, рекомендуем продолжать использование предлагаемой методики преподавания релятивистской квантовой механики в университетах и рассматривать возможность ее распространения на другие курсы и образовательные учреждения.

REFERENCES

1. В.В.Киселёв. Квантовая механика. Курс лекций. Издательство МЦНМО. 2009. 560 с.
2. Дж.Д.Бёркен, С.Д.Дрелл. Релятивистская квантовая теория. Том 1. Релятивистская квантовая механика. Издательство "Наука". Москва. 1978. 407 с.
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Квантовая_механика.
4. C. Singh. Student understanding of quantum mechanics. Am. J. Phys. **69**, 885 (2001).
5. G. Zhu and C. Singh. Improving students' understanding of quantum mechanics via the Stern-Gerlach experiment. Am. J. Phys. **79**, 499 (2011).
6. E. Marshman, C. Singh. Investigating and improving student understanding of quantum mechanical observables and their corresponding operators in Dirac notation. European Journal of Physics. 39 (1), 015702 (2017).
7. C. Singh, E. Marshman. Review of student difficulties in upper-level quantum mechanics. Physical Review Special Topics-Physics Education Research 11 (2), 020117 (2015).
8. <https://bohr.physics.berkeley.edu/classes/221/2021/221.html>.
9. Frank Krauss. Lecture Notes: Relativistic Quantum Mechanics. <https://www.ippp.dur.ac.uk/~krauss/Lectures/RQM.pdf>.
10. Hsin-Chia Cheng. A Brief Introduction to Relativistic Quantum Mechanics. https://cheng.physics.ucdavis.edu/teaching/230A-s09/rqm_all.pdf.
11. Jean Alexandre. Review of Relativistic Quantum Mechanics. https://indico.cern.ch/event/528094/contributions/2171237/attachments/1318998/1977397/JA_lecture_notes.pdf.

12. Luis Grave de Peralta, Maricela Fernández Lozada, Hira Farooq, Gage Eichman, Abhishek Singh, Gabrielle Prime. "Relativistic and Non-Relativistic Quantum Mechanics. Both at Once". Springer, 2023. 170 p.
13. Walter Greiner. Relativistic Quantum Mechanics. Wave Equations. Springer Science & Business Media. 2013. 424 p.
14. A.Messiah. Quantum Mechanics. North-Holland Publishing Company, 1981. - Vol. 2. P. 875. Русский перевод: А. Мессиа. Квантовая механика. Том 2. Издательство "Наука". Москва. 1979. 583 с.
15. Luis Grave de Peralta, Katrina C Webb, Hira Farooq. A pedagogical approach to relativity effects in quantum mechanics. European Journal of Physics, Volume 43, Number 4. Published 24 May 2022. Grave_de_Peralta_2022_Eur._J._Phys._43_045402.pdf.
16. А.А. Соколов, И.М. Тернов, В.Ч. Жуковский. Квантовая механика. Издательство "Наука". Москва. 1979. Стр. 289-362.